

Gli sviluppi piani delle forme tridimensionali (2)

Nella prima scheda abbiamo descritto la regola dell' "asse neutro" per ricavare la lunghezza dello sviluppo delle forme circolari ed ellittiche. In merito a ciò bisogna fare una precisazione: l'asse neutro, così come lo abbiamo descritto, vale solo qualora si debbano piegare elementi di sezione simmetrica, ovvero in cui la linea dell'asse neutro taglia la sezione da piegare in due parti uguali. Nella figura 1 si capisce bene il concetto: quadrati, rettangoli e tondi seguono la regola generale mentre, ad esempio, nelle sezioni semitonde o triangolari l'asse neutro è posizionato più in basso - ovvero dove si bilanciano le masse di materiale che si contraggono e dilatano - e quindi la formula matematica che abbiamo appreso non risulterebbe corretta.

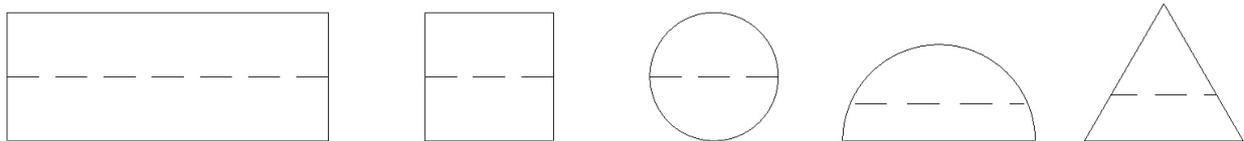


Figura1

Le forme tronco-coniche

Per maggiore utilità non ci riferiremo ora a generiche forme tronco-coniche, ma a un caso concreto di realizzazione di un castone tondo con le pareti svasate secondo l'inclinazione delle castoniere comunemente in commercio (figura 2). Il diametro esterno del castone misura 8 mm, lo spessore della lastra 1 mm e l'altezza 4 mm. La prima operazione da fare è disegnare su carta il profilo del maschio della castoniera, cosa che possiamo facilmente fare prendendo la misura del diametro della base e dell'altezza globale (figura 3). Il profilo della castoniera ci dà l'angolo di 'fuga' con cui deve essere realizzato il castone perché la castoniera, in fase di rettifica finale, non ne modifichi eccessivamente la forma e le misure.

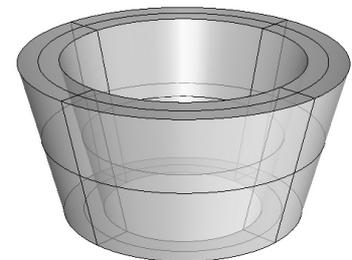


Figura 2

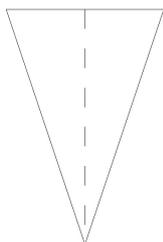


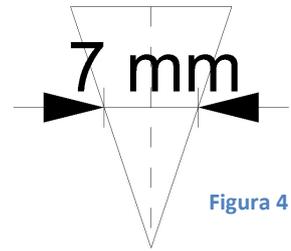
Figura 3

Calcoliamo velocemente il diametro dell'asse neutro del castone¹ (7 mm) e, con un qualche strumento di misura, vediamo a che altezza si posiziona la linea da 7 mm nel triangolo che delinea la castoniera (figura 4). Quello che ora ci interessa è la distanza dal vertice della castoniera a uno dei vertici della linea da 7 mm (A-B): questa è l'apertura di compasso con cui andremo a tracciare sulla lastra di metallo l'arco principale del castone, di lunghezza indefinita, corrispondente al lato dove dovrà essere incastonata la pietra

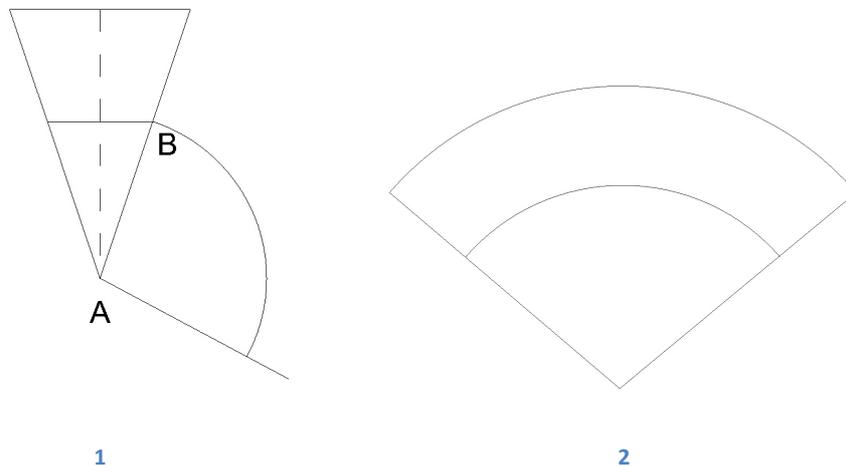
¹ Ricordo che tutti gli sviluppi devono essere sempre disegnati prendendo a riferimento l'asse neutro.

(figura 5.1).

A questo punto bisogna calcolare la lunghezza dello sviluppo del castone: $7 \times 3,14 = 21,98$. Il problema ora consiste nel riportare questa misura su una linea curva, come quella dell'arco che abbiamo tracciato sulla lastra; può essere superato in modo pratico e con buona approssimazione frazionando la misura in parti più piccole che riporteremo in modo sequenziale con un compasso d'acciaio sull'arco. In questo caso faremo: $5+5+5+5+2$ (arrotondiamo leggermente per eccesso la misura 1,98).



Individuata la lunghezza del primo arco, dalle estremità tracciamo due linee verso il centro e tracciamo un secondo arco alla distanza di 4,5 mm dal primo, misura che corrisponde all'altezza del castone (la misura da riportare non sarebbe 4 mm, che è quella al 'calibro' del castone finito, ma la misura del lato inclinato, che è maggiore). Il disegno dello sviluppo a questo punto è finito (figura 5.2).



Le forme ellittiche svasate

Questo tipo di forme, concettualmente simili a quelle tronco-coniche, sono molto più complesse da sviluppare in piano. Se pensassimo di cavarcela con una semplice girata di compasso adattandovi unicamente la lunghezza dell'ellisse, otterremmo sicuramente un castone di giuste misure per la gemma che vi deve essere incastonata, ma con una forma imbarcata che richiederebbe una pesante spianatura su entrambi i lati. Come si può intuire l'ellisse, presentando due diverse curvature, non può essere fatta convergere verso un unico centro di compasso.



Come esempio sviluppiamo un castone ellittico con le misure esterne 20 x 14 mm, alto 7 mm e con spessore di 1 mm (figura 6). Innanzitutto bisogna individuare i centri di compasso che servono a tracciare i lati di curvatura più stretta (A) e più larga (B); questi centri sono da considerarsi i vertici di due diversi coni, aventi però lo stesso angolo di 'fuga' (figura 7). Calcoliamo ora lo sviluppo lineare del castone: $\left[\frac{(20+14)}{2} - 1 \right] \times 3,14 = 50,24$. Aggiungendo la correzione del 1% si ha: **50,74**. In questa ellisse i lati a curvatura più larga risultano essere lunghi circa il doppio di quelli a curvatura più stretta, quindi se dividiamo lo sviluppo in sei parti possiamo capire all'incirca la lunghezza dei vari archi: $50,74/6 = 8,45$ (lato curv. stretta); $8,45 \times 2 = 16,9$ (lato curv. Larga).

Per individuare le aperture di compasso necessarie a disegnare lo sviluppo, tracciamo, come già abbiamo fatto per il castone tondo, il cono ipotetico con l'angolo di 'fuga' desiderato; in questo caso ci basta anche solo metà cono (figura 8.1).

Come abbiamo fatto per il castone tondo, individuiamo le aperture di compasso riportando i due raggi (A-C e B-C di figura 8.2) sul profilo di metà cono: le aperture saranno i segmenti OA e OB (figura 8.3).

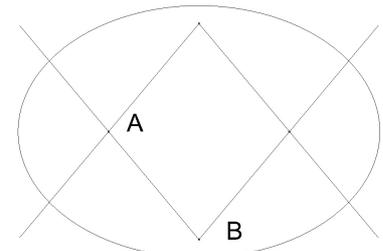


Figura 7

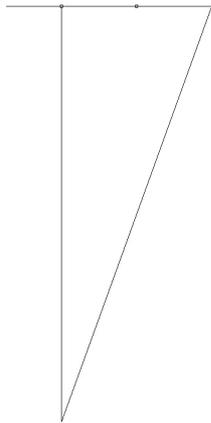
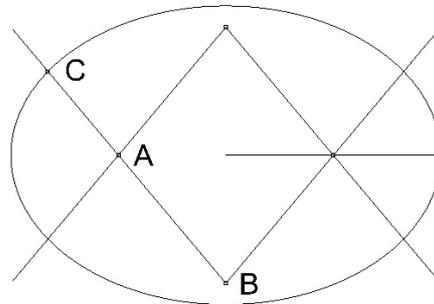
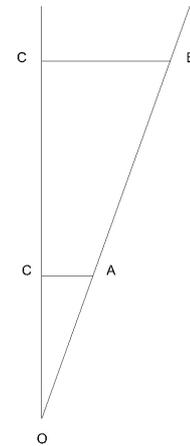


Figura 8 1



2



3

Possiamo ora cominciare a disegnare lo sviluppo piano. Iniziamo da uno dei due lati a curvatura stretta tracciando un arco indefinito con apertura OA. Dividiamo la misura del lato corto in due in modo da riportarla approssimativamente sulla curva e, dagli estremi, congiungiamo con due linee al centro (centro 2 e arco AB di figura 9). Prolunghiamo le due linee oltre il centro 2 fino alla lunghezza OB della figura 8.3 e individuiamo i due centri 4 e 5. Puntando su questi tracciamo due archi di lunghezza indefinita su cui andiamo a trovare i punti C ed E, spezzando sempre la misura di 16,9 in due in modo da riportarla sulla curva. Sui lati 4C e 5E riportiamo ancora la misura OA di figura 8.3 e tracciamo due archi su cui andremo a riportare la metà dell'arco AB. La simmetria dello sviluppo ci permette di chiudere il castone alla metà del lato a curvatura stretta

A questo punto l'arco principale del castone è terminato e possiamo disegnare quello più piccolo a una distanza di 7,5 mm puntando nuovamente il compasso negli stessi centri. Lo sviluppo del castone è finito.

Come si sarà capito, per disegnare uno sviluppo del genere ce n'è abbastanza per andare in manicomio.... Il nostro interesse è comunque puramente scientifico, nel senso che è utile imparare la logica di queste costruzioni geometriche, a prescindere dall'uso pratico che se ne può fare.

Dal punto di vista pratico sarebbe folle fare una costruzione simile per un castone piccolo, per cui ci va bene anche una semplice girata di compasso, ma può essere conveniente per una forma grande. Oggi, comunque, software come Rhino 3D offrono strumenti rapidissimi per poter ottenere simili sviluppi con pochi 'clik'.

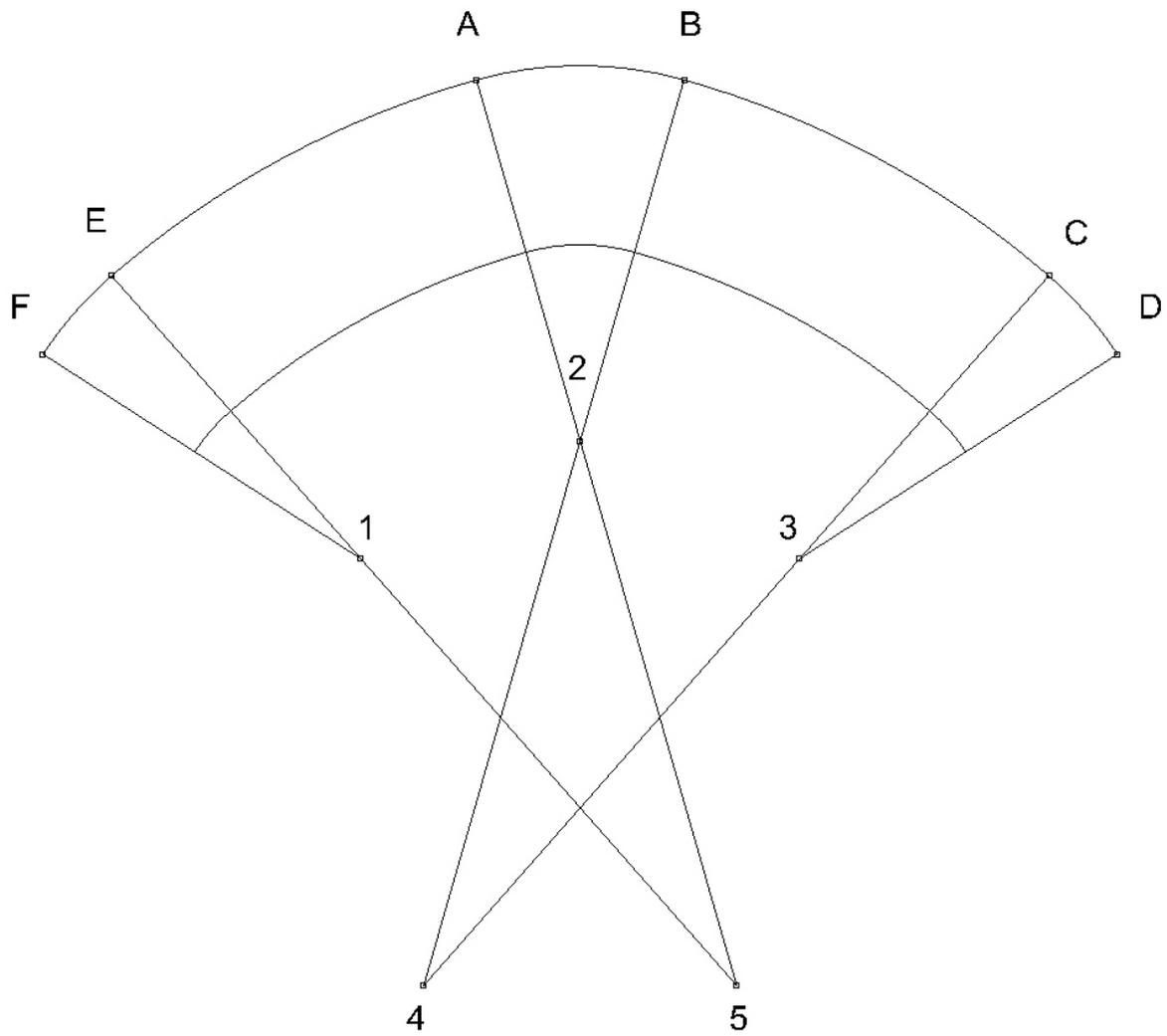


Figura 9

Francesco Paganini